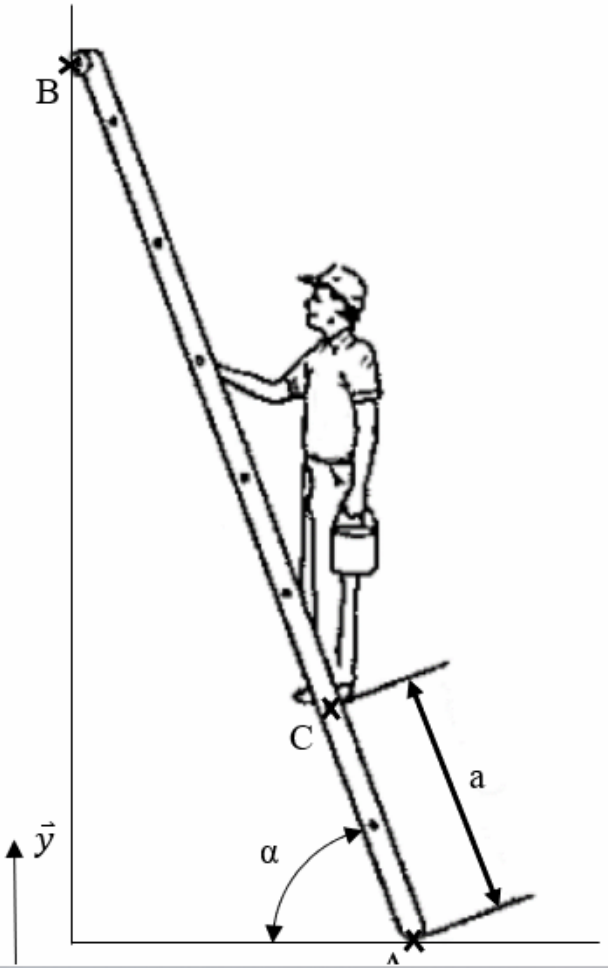
SI	Limite au glissement d'une échelle	Séq 12

1. Mise en situation

Une échelle (1) de masse négligeable est en contact avec le sol (0) au point A et est appuyée au mur au point B.
L'échelle étant équipée en tête de roulettes, la liaison en B est considérée comme parfaite.
Le poids du peintre est appliqué uniquement au niveau de ses pieds au point C.



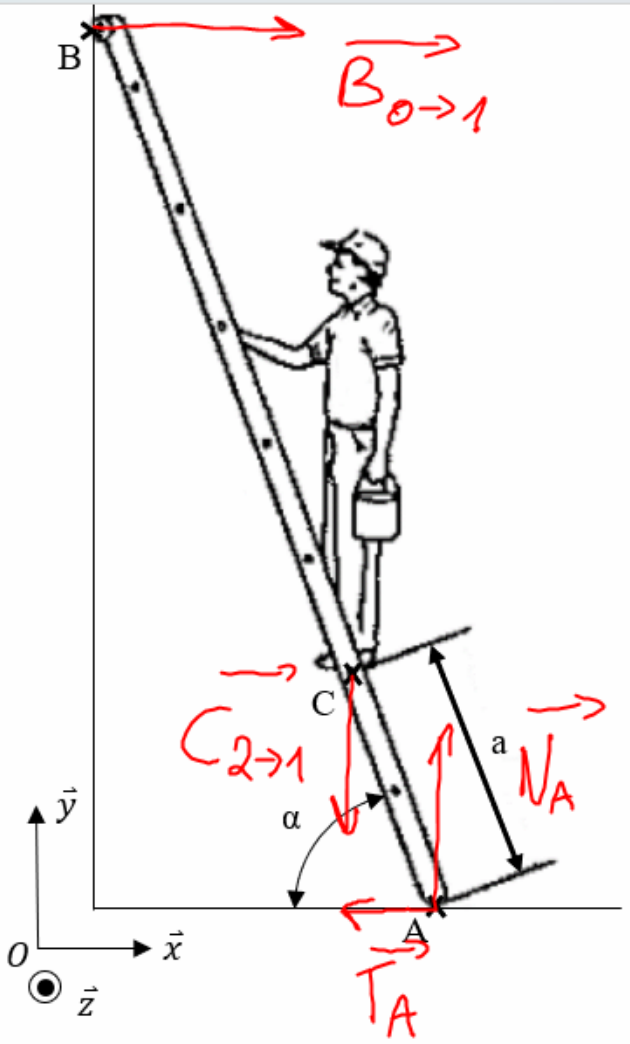
Nom des variables et données pour l'application numérique :
Longueur de l'échelle : L = 6 m
Masse du peintre : m = 80 kg
Coefficient d'adhérence échelle/sol : f_s = 0,6 (caoutchouc/béton)
Angle de l'échelle par rapport au sol au point A : α

2. Etude de l'équilibre par adhérence

1) A l'aide de la mise en situation, complétez le bilan des actions mécaniques sous forme graphique et analytique.

$$\overrightarrow{C_{2\to1}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -m.g \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{B_{0\to1}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

Une échelle (1) de masse négligeable est en contact avec le sol (0) au point A et est appuyée au mur au point B.
L'échelle étant équipée en tête de roulettes, la liaison en B est considérée comme parfaite.
Le poids du peintre est appliqué uniquement au niveau de ses pieds au point C.



<u>Nom des variables et données pour l'application numérique :</u>
Longueur de l'échelle : L = 6 m
Masse du peintre : m = 80 kg
Coefficient d'adhérence échelle/sol : f_s = 0,6 (caoutchouc/béton)
Angle de l'échelle par rapport au sol au point A : α

2. Etude de l'équilibre par adhérence

1) A l'aide de la mise en situation, complétez le bilan des actions mécaniques sous forme graphique et analytique.

$$\overrightarrow{C_{2\to1}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -m.g \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{B_{0\to1}} = \begin{pmatrix} X_B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

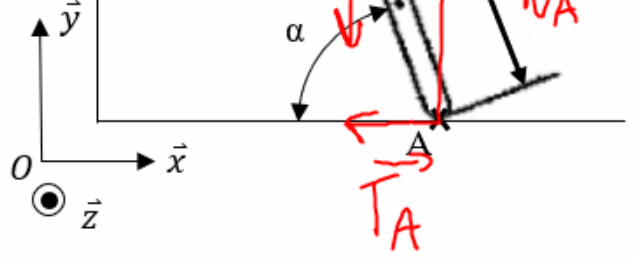
$$\overrightarrow{A_{0\to1}} = \begin{pmatrix} -X_A \\ \text{à écrire} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -T_A \\ N_A \\ 0 \end{pmatrix}$$

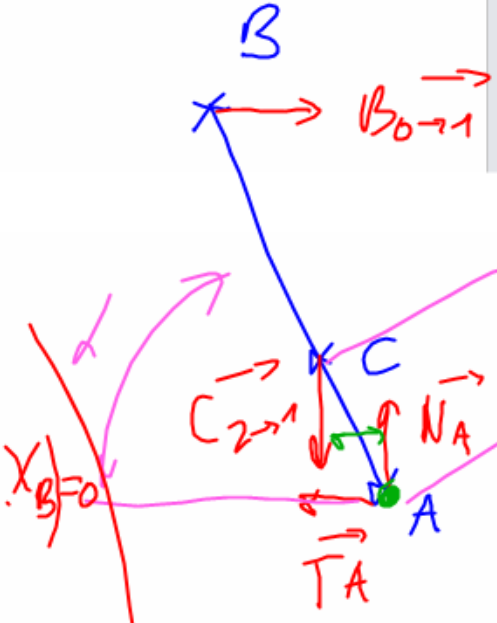
actions mécaniques sous forme graphique et analytique.

$$\overrightarrow{C_{2\to1}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -m.g \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{B_{0\to1}} = \begin{pmatrix} X_B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{A_{0\to1}} = \begin{pmatrix} -X_A \\ T_A \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -T_A \\ N_A \\ 0 \end{pmatrix}$$

A glisser





$$\sum \vec{F} = \vec{0} : \quad \vec{C} + \vec{B} + \vec{A} = \vec{0}$$

$$\sum \vec{M}_A F = \vec{0} : \quad \vec{M}_A C + \vec{M}_A B + \vec{M}_A A = \vec{0}$$

$\vec{M}_A A = \vec{0}$

2) *Appliquez le PFS au système.*

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} \cdot \vec{x} = 0 : \quad X_B - T_A = 0$$

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} \cdot \vec{y} = 0 : \quad -m.g + N_A = 0$$

$$\sum \overrightarrow{M_A F_{ext}} \cdot \vec{z} = 0 : \quad (m.g.a\cos\alpha) - (L\sin\alpha . X_B) = 0$$

3) *Sachant que pour notre étude nous nous plaçons à la limite au glissement de l'échelle, appliquez la loi de Coulomb afin d'écrire une quatrième équation liant l'effort normal à l'effort tangentielle au point A.*

$$T_A = f_S . N_A$$

2) *Appliquez le PFS au système.*

$\Sigma \overrightarrow{F_{ext}} \cdot \vec{x} = 0$: $X_B - T_A = 0$ (1)

$\Sigma \overrightarrow{F_{ext}} \cdot \vec{y} = 0$: $-m.g + N_A = 0$ (2)

$\Sigma \overrightarrow{M_A F_{ext}} \cdot \vec{z} = 0$: $(m.g.a\cos\alpha) - (L\sin\alpha . X_B) = 0$ (3)

3) *Sachant que pour notre étude nous nous plaçons à la limite au glisseme*
Coulomb afin d'écrire une quatrième équation liant l'effort normal à l'

$T_A = f_s . N_A$ (4)

(1) $T_A = X_B$

(2) $N_A = m.g$

(4) $X_B = f_s . m . g$

$m.g.a.\cos\alpha - L\sin\alpha . f_s . m . g = 0$

$mg.(a\cos\alpha - L.\sin\alpha . f_s) = 0$

$a.\cos\alpha - L.\sin\alpha . f_s = 0$

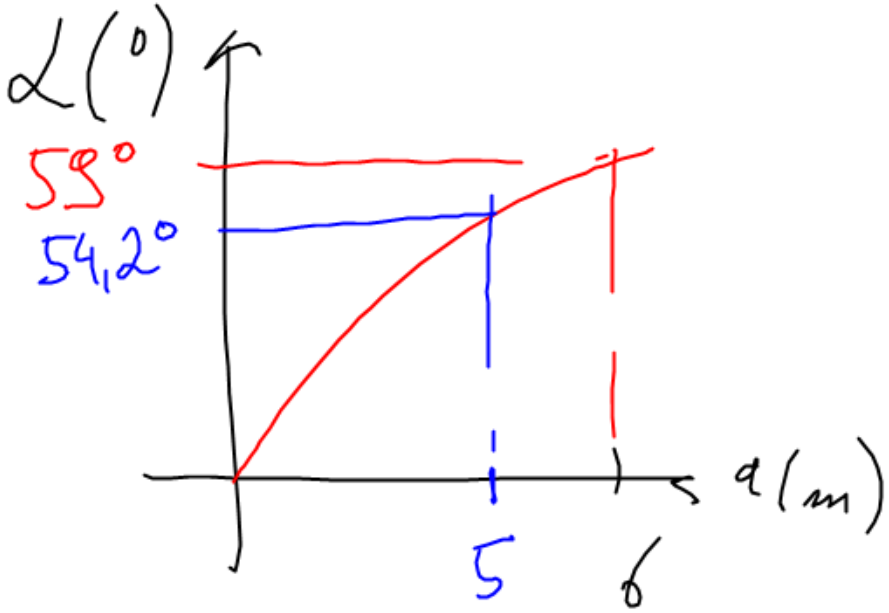
$a\cos\alpha = L\sin\alpha . f_s$

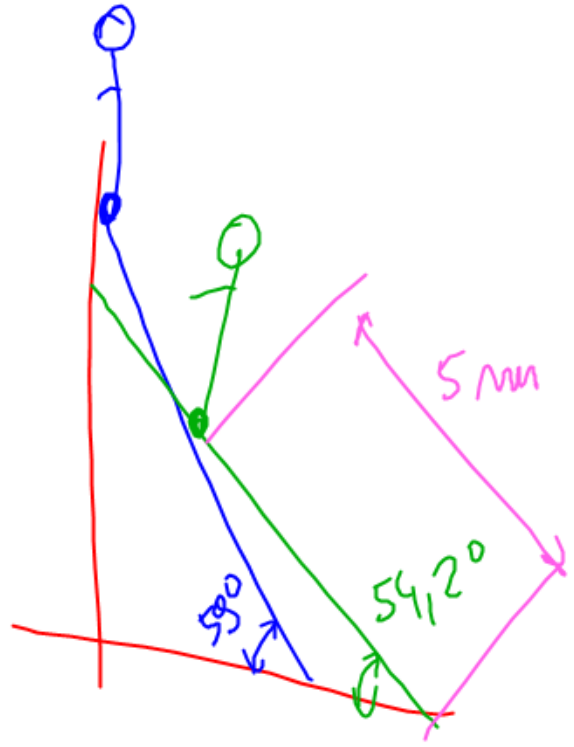
$\frac{a}{L.f_s} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\tan\alpha = \frac{a}{L.f_s}$

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{a}{L.f_s}\right)$

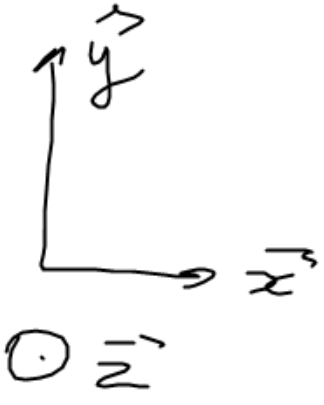
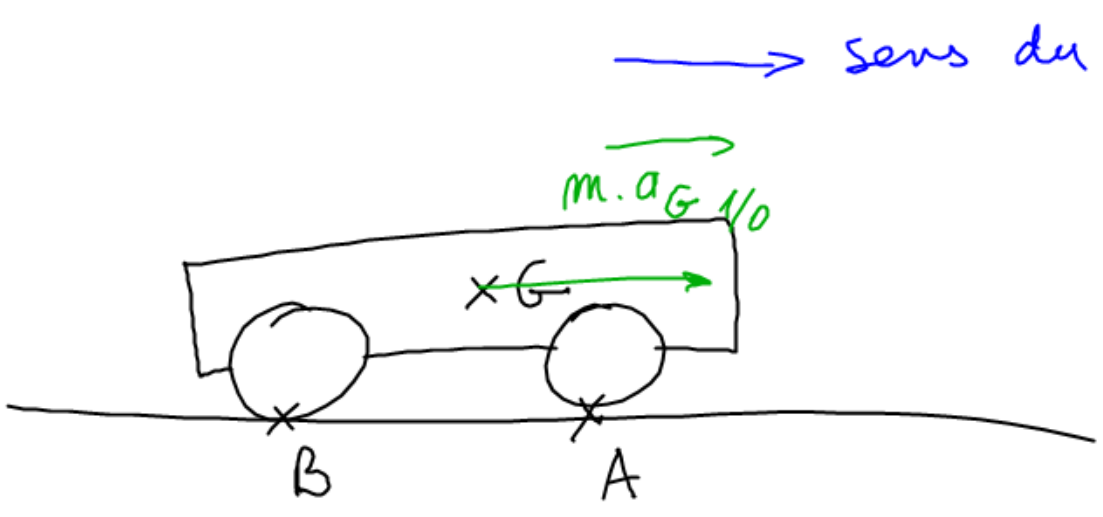
$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{a}{0{,}6 \cdot 6}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{a}{3{,}6}\right)$$





pour 5 m α compris entre: $54{,}2° \leq \alpha \leq 90°$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{5}{3{,}6}\right) = 54{,}2°$$

Ex dynamique, mobile en acc.

Modélisation :