

### 1. Contexte :

L'étude suivante ne porte que sur le moteur à courant continu à aimant permanent



### 2. Caractéristique électromécanique à tension constante :

#### Vitesse en fonction de I

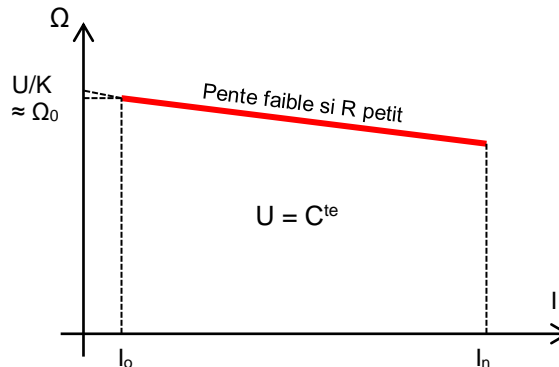
$$U = E + RI$$

$$E = K \cdot \Omega$$

Alors :

$$\Omega = \frac{U - R \cdot I}{K} = \Omega_0 - \frac{R \cdot I}{K}$$

$\Omega_0 = U/K$  est la vitesse à vide si  $I_0 \approx 0A$   
(Si  $I_0 \neq 0$ , alors  $U = K \cdot \Omega_0 + R \cdot I_0$ )

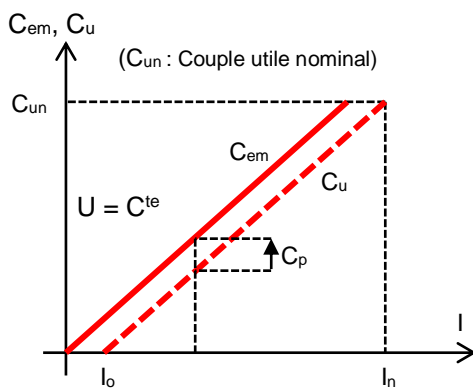


Ω ↘ si la charge à entraîner ↗

#### Couple en fonction de I

$$C_{em} = K \cdot I$$

$$C_u = K \cdot (I - I_0) = C_{em} - C_p$$



#### Couple en fonction de Ω

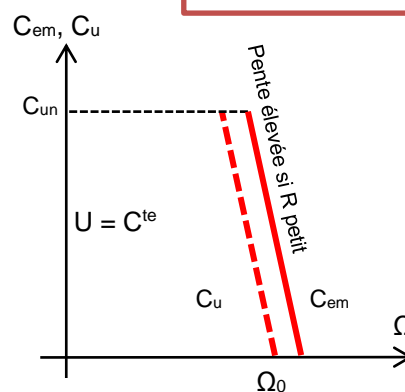
$$C_u = C_{em} - C_p$$

$$C_{em} = K \cdot I$$

$$I = (U - E)/R$$

$$E = K \cdot \Omega$$

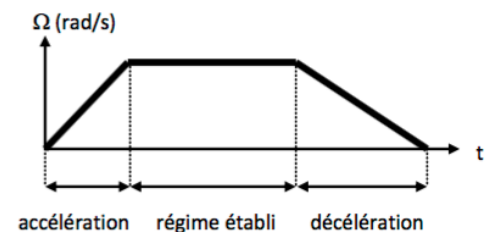
$$C_{em} = K \cdot \frac{U - K \cdot \Omega}{R} = \frac{KU}{R} - \frac{K^2}{R} \cdot \Omega$$



### 3. Les régimes de fonctionnement :

La plupart des mouvements, contrôlés par des moteurs, suivent le cycle simple constitué par l'enchaînement de trois phases élémentaires :

- une phase **transitoire** d'accélération lors du démarrage ;
- une phase de **régime établi** ou **permanent** lorsque la vitesse est stabilisée ;
- une phase **transitoire** de décélération lors du ralentissement pendant l'arrêt.



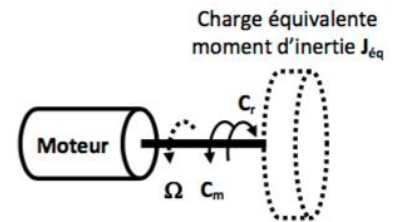
Soit :

$C_r$  : le couple résistant de l'équipement entraîné par le moteur

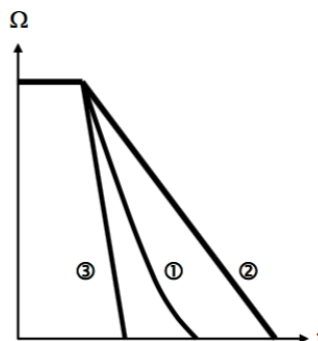
$C_m$  : le couple moteur ( $C_u$ ),  $C_m = C_{em} - C_p$

Equation de la dynamique :

$$C_m - C_r = J \cdot \frac{d\Omega}{dt}$$



Régime établi	
<p>Le régime est établi lorsque la vitesse est constante : <math>\frac{d\Omega}{dt} = 0</math></p> <p>L'équation de la dynamique se réduit à : <math>C_m - C_r = 0</math> ou <math>C_m = C_r</math></p> <p>Il y a équilibre dynamique, ce qui correspond à l'égalité entre couple moteur et couple résistant.</p>	
Régime transitoire et accélération	
<p>Lors des phases de montée en vitesse, on a : <math>\frac{d\Omega}{dt} &gt; 0</math></p> <p>L'équation de la dynamique se réduit : <math>C_m - C_r = J \cdot d\Omega/dt</math>  <math>C_m - C_r &gt; 0</math> ou <math>C_m &gt; C_r</math></p> <p>On appelle <math>C_a = C_m - C_r = J \cdot d\Omega/dt</math> le couple accélérateur, ou couple d'inertie, nécessaire pour vaincre l'inertie s'opposant à la variation positive de vitesse.</p>	
Régime transitoire et décélération	
<p>Lors des phases de décélération, on a : <math>\frac{d\Omega}{dt} &lt; 0</math></p> <p>Trois cas peuvent se présenter :</p> <p><b>1. Décélération naturelle</b>  Le moteur n'est plus alimenté : <math>C_m = 0</math></p> <p>L'équation de la dynamique se réduit : <math>-C_r = J \cdot d\Omega/dt</math></p> <p><b>2. Décélération lente</b>  Le moteur développe un couple mécanique "moteur" pour éviter un arrêt prématuré.</p> <p>L'équation de la dynamique se réduit :  <math>C_m - C_r = J \cdot d\Omega/dt</math>  <math>C_m - C_r &lt; 0</math> ou <math>C_m &lt; C_r</math></p> <p><b>3. Décélération rapide</b>  Le moteur développe un couple mécanique "résistant", renforce celui produit par la machine.</p> <p>L'équation de la dynamique se réduit :  <math>-C_m - C_r = J \cdot d\Omega/dt</math></p> <p>On appelle <math>C_f = C_m + C_r</math> le couple de freinage pour vaincre l'inertie s'opposant à la variation positive de vitesse.</p>	

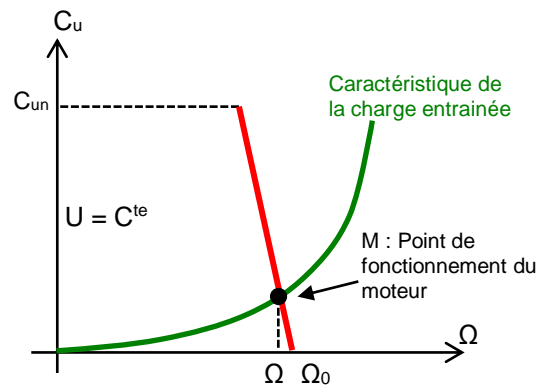


## Régime établi et point de fonctionnement

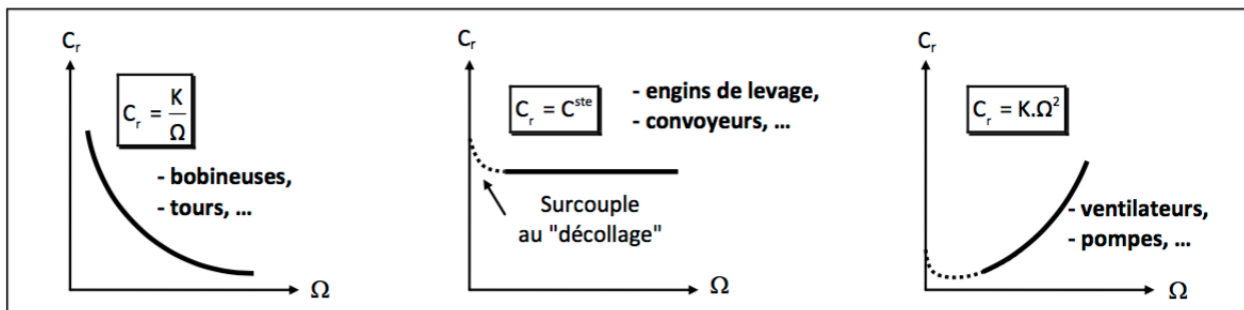
On détermine le point de fonctionnement M en régime établi du groupe moteur/charge entraînée en représentant sur un même diagramme les caractéristiques mécaniques du moteur  $C_m = f(\Omega)$  et de la charge  $C_r = f(\Omega)$  qu'il entraîne.

$$C_m - C_r = J \cdot d\Omega/dt = 0$$

$$C_m = C_r$$



La caractéristique mécanique  $C_r = f(\Omega)$  définit les besoins de la charge entraînée. Il existe essentiellement trois familles de caractéristique :



## Régime transitoire

### ○ Régime transitoire électrique

Ce régime transitoire est décrit par l'équation différentielle :

$$U = E + R \cdot i(t) + \frac{L di(t)}{dt}$$

Avec :  $E = K \cdot \Omega$

On a :

$$U - K \cdot \Omega = R \cdot i(t) + \frac{L di(t)}{dt}$$

### ○ Régime transitoire mécanique

Sans négliger le couple de pertes, l'équation de la dynamique s'écrit :

$$C_{em} - C_p - C_r = J \cdot \frac{d\Omega}{dt}$$

Pour évaluer le couple de pertes  $C_p$ , on fait un essai à vide.  $C_r$  et  $C_u$  sont nuls. Le couple de pertes est la somme :

- d'un couple de frottement sec  $C_{fs}$  constant, ce terme est en général négligé
- d'un couple de frottement visqueux proportionnel à la vitesse, avec un coefficient "f" appelé "constante de frottement visqueux"

$$C_p = C_{fs} + f \cdot \Omega \approx f \cdot \Omega$$

On peut alors mettre la relation précédente sous la forme (valable à vide seulement) :

$$K \cdot i - f \cdot \Omega = J \cdot \frac{d\Omega}{dt}$$

#### ○ Cas particulier du démarrage

La vitesse est nulle, donc  $E$  aussi, d'où  $I_d = U/R$  important car  $R$  faible. La conséquence est une pointe de courant.

Alors :

$$C_{ud} = K \cdot \left( \frac{U}{R} - I_0 \right)$$

Avec  $C_{ud}$  élevé, ce qui est un avantage pour démarrer.

Le moteur peut supporter cette intensité ou il est nécessaire de mettre en place des dispositifs pour ne pas l'endommager. Une rampe de démarrage progressive est un exemple.

## 4. Variation de la vitesse de rotation à régime établi :

Pour faire varier la vitesse  $\Omega$  d'un moteur à aimant permanent, on ne peut agir que sur une grandeur : la tension  $U$  de l'induit.

En supposant la charge constante, le terme  $R.I$  ne change pas, donc  $E$  varie, donc la vitesse de rotation varie aussi. La puissance varie mais le couple reste constant. On dit que l'on fait de la variation de vitesse à couple constant.

$$C_u = C_r = C^{te} \text{ alors } C_p = C^{te}$$

$$\text{Puisque : } C_{em} = K.I = C^{te}$$

$$\text{on a : } I = C^{te}$$

on obtient  $\Omega = f(U)$  sous la forme :

$$\Omega = \frac{U - R.I}{K}$$

