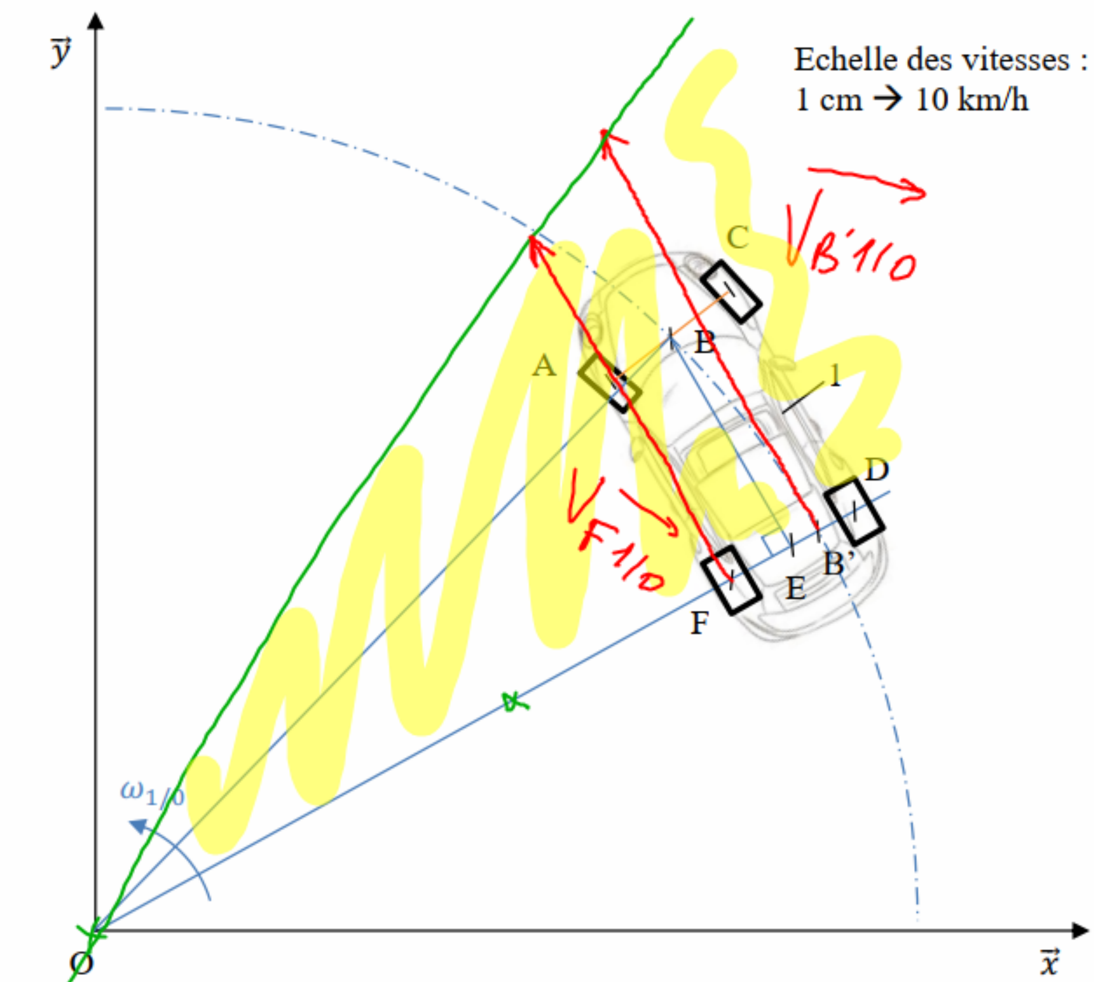
3.2. Modélisation et paramétrage



$V = \omega \cdot R$

cst

$y = a \cdot x$

3.3. Etude graphique de $\overrightarrow{V_{F\,1/0}}$

1) Justifier l'égalité suivante : $\overrightarrow{V_{B'\,1/0}} = \overrightarrow{V_{B\,1/0}}$

mvt 1/0 : rotation autour de $O\vec{z}$, OB = OB' donc même rayon, donc trajectoires et vitesses identiques

2) Tracer à l'échelle $\overrightarrow{V_{B'\,1/0}}$ *sur la modélisation.*

3) A l'aide d'un tracé soigné du champ des vecteurs vitesses sur le rayon [OB'] (voir cours), déterminer graphiquement la norme de la vitesse $\overrightarrow{V_{F\,1/0}}$ *(en km/h puis en m/s).*

$\left\|\overrightarrow{V_{F\,1/0}}\right\|_{graphique} =$ 43 km/h

3.4. Etude analytique de $\overrightarrow{V_{F\,1/0}}$

Pour réaliser cette étude analytique, il faut déterminer préalablement $\omega_{1/0}$ et le rayon [OF] afin de déterminer $\overrightarrow{V_{F\,1/0}}$.

4) Connaissant [OB'] et sachant que $\left\|\overrightarrow{V_{B'\,1/0}}\right\| = \left\|\overrightarrow{V_{B\,1/0}}\right\|$*, calculer* $\omega_{1/0}$*. (attention à utiliser les unités internationales)*

$V_{B1/0} = \omega_{1/0} \cdot R_{OB}$

$\omega_{1/0} = \dfrac{V_{B1/0}}{R_{OB}}$

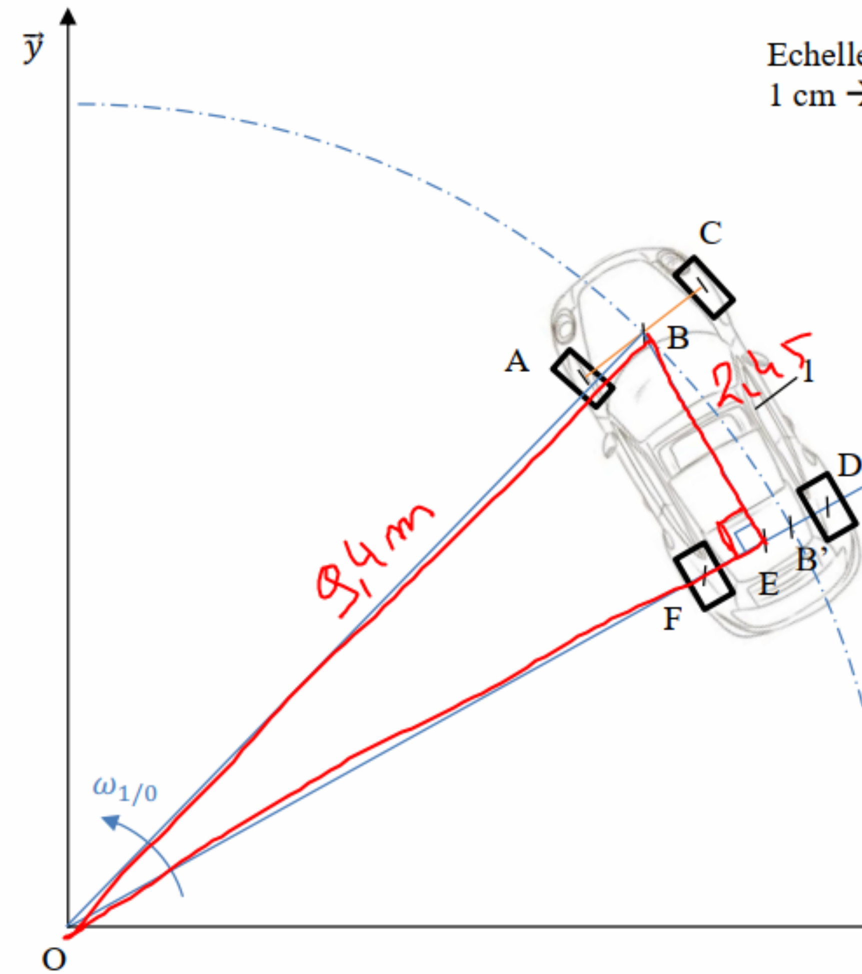
$\omega_{1/0} = \dfrac{\left(\frac{50}{3,6}\right)}{9,4} \simeq 1,48$ rad/s

5) A l'aide de vos connaissances en géométrie, évaluer les longueurs [OE] puis [OF].

6) A partir des deux résultats précédents, déterminer analytiquement la norme de la vitesse $\overrightarrow{V_{F\,1/0}}$*.*

3.2. Modélisation et paramétrage

Echelle des vitesses :
1 cm → 10 km/h



$$OE = \sqrt{OB^2 - BE^2} = \sqrt{9{,}4^2 - 2{,}45^2} \simeq 9{,}08\ m$$

$$OF = OE - \frac{DF}{2} = 9{,}08 - \frac{1{,}581}{2} \simeq 8{,}29\ m$$

6) *A partir des deux résultats précédents, déterminer analytiquement la norme de la vitesse $\overrightarrow{V_{F\,1/0}}$.*

$$V_{F1/0} = \omega_{1/0} \cdot OF \qquad V_{F1/0} = 1{,}48 \times 8{,}29$$

$$\left\|\overrightarrow{V_{F\,1/0}}\right\|_{analytique} \simeq 12{,}3\ m/s \simeq 44{,}1\ km/h$$

3.5. Taux d'erreur entre les deux méthodes

7) *Calculer le taux d'erreur exprimé en % entre les deux méthodes **par rapport** à la méthode analytique.*

$$\text{taux erreur} = \frac{|\Delta \text{valeurs}|}{\text{valeur de référence}} \qquad t\% = \frac{44{,}1-43}{44{,}1} \simeq 2{,}5\%$$

8) *Faire une analyse critique sur ce taux d'erreur.*

Taux erreur contenu ($<5\%$)

Dépend de la précision du tracé

3.6. Fréquence de rotation de la roue arrière gauche

Modélisation de la voiture dans un tournant en perspective :

9) A partir des caractéristiques du mouvement de la voiture par rapport au sol, justifier l'égalité suivante : $\overrightarrow{V_{F\,1/0}} = \overrightarrow{V_{I\,1/0}}$

mvt 1/0 : rotation autour de $O\vec{z}$, $O_1F = O_2I$ donc même rayon, même vitesse

Hypothèse d'étude : Dans une situation normale d'utilisation de la voiture, les quatre roues ne glissent pas par rapport à la route (pas de "dérapages").

Nous pouvons donc garantir la condition de non glissement de la roue (2) par rapport au sol (0) ce qui s'écrit

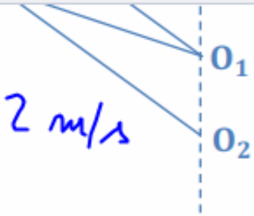
9) A partir des caractéristiques du mouvement de la voiture par rapport au sol, justifier l'égalité suivante : $\overrightarrow{V_{F\,1/0}} = \overrightarrow{V_{I\,1/0}}$

Hypothèse d'étude : Dans une situation normale d'utilisation de la voiture, les quatre roues ne glissent pas par rapport à la route (pas de "dérapages").
Nous pouvons donc garantir la condition de non glissement de la roue (2) par rapport au sol (0) ce qui s'écrit vectoriellement de cette façon : $\overrightarrow{V_{I\,2/0}} = \vec{0}$ (= condition de non-glissement)

10) A partir de cette hypothèse, démontrer par une relation de Chasles que l'on peut écrire en I : $\overrightarrow{V_{I\,1/0}} = \overrightarrow{V_{I\,1/2}}$

$$\overrightarrow{V_{I\,1/0}} = \overrightarrow{V_{I\,1/2}} + \overrightarrow{V_{I\,2/0}}$$

Remarque : Propriété vectorielle des vecteurs vitesses : $\overrightarrow{V_{I\,2/1}} = -\overrightarrow{V_{I\,1/2}}$ avec $\left\|\overrightarrow{V_{I\,2/1}}\right\| = \left\|\overrightarrow{V_{I\,1/2}}\right\|$



9) A partir des caractéristiques du mouvement de la voiture par rapport au sol, justifier l'égalité suivante : $\overrightarrow{V_{F\,1/0}} = \overrightarrow{V_{I\,1/0}}$

donc $\|\overrightarrow{V_{I1/0}}\| = 12{,}2$ m/s

Hypothèse d'étude : Dans une situation normale d'utilisation de la voiture, les quatre roues ne glissent pas par rapport à la route (pas de "dérapages").
Nous pouvons donc garantir la condition de non glissement de la roue (2) par rapport au sol (0) ce qui s'écrit vectoriellement de cette façon : $\overrightarrow{V_{I\,2/0}} = \vec{0}$ (= condition de non-glissement)

10) A partir de cette hypothèse, démontrer par une relation de Chasles que l'on peut écrire en I : $\overrightarrow{V_{I\,1/0}} = \overrightarrow{V_{I\,1/2}}$

Remarque : Propriété vectorielle des vecteurs vitesses : $\overrightarrow{V_{I\,2/1}} = -\overrightarrow{V_{I\,1/2}}$ avec $\|\overrightarrow{V_{I\,2/1}}\| = \|\overrightarrow{V_{I\,1/2}}\|$ $= 12{,}2$ m/s

A partir de maintenant on peut se concentrer sur la fréquence de rotation de la roue (repérer $\overrightarrow{\omega_{2/1}}$ sur le schéma en perspective ci-dessus).

11) A partir de cette propriété et des données du sujet, calculer la fréquence de rotation de la roue (2) par rapport à la voiture (1) notée : $\omega_{2/1} = \|\overrightarrow{\omega_{2/1}}\|$

$V_{I2/1} = \omega_{2/1} \cdot R_{FI}$ $\qquad \omega_{2/1} = \dfrac{V_{I2/1}}{R_{FI}}$ $\qquad \omega_{2/1} = \dfrac{12{,}2}{\left(\dfrac{0{,}691}{2}\right)} \simeq 35{,}3$ rad/s

$\simeq 337$ tr/min

La réponse à cette question correspond à la fréquence de rotation de la roue arrière gauche dans les conditions de tournant à gauche.

Ecrire l'équation permettant de calculer $\boldsymbol{\omega_{1/0}}$ **en fonction** de la vitesse de la voiture $\left\|\overrightarrow{V_{B\,1/0}}\right\|$ noté $\boldsymbol{V_{B\,1/0}}$ et du rayon de braquage $\mathbf{R_b}$ **=** [OB], autrement dit :

12) Exprimer $\omega_{1/0} = f(V_{B\,1/0}, R_b)$

$$\omega_{1/0} = \frac{V_{B1/0}}{R_b}$$

13) Exprimer $OE = f(R_b, EB)$

$$OE = \sqrt{R_b^2 - EB^2}$$

14) Exprimer $OF = f(R_b, EB, DF)$

$$OF = \sqrt{R_b^2 - EB^2} - \frac{DF}{2}$$

Ecrire l'équation permettant de calculer $\left\|\overrightarrow{V_{F\,1/0}}\right\|$ noté $\boldsymbol{V_{F\,1/0}}$ **en fonction** de la fréquence de rotation de la voiture $\boldsymbol{\omega_{1/0}}$ et du rayon OF, autrement dit :

15) Exprimer $V_{F\,1/0} = f(\omega_{1/0}, OF)$

$$V_{F1/0} = \omega_{1/0} \cdot OF$$

A partir du travail précédent, faire une première synthèse en écrivant l'équation générale permettant de connaître la vitesse du point B appartenant à la voiture par rapport au sol en fonction du rayon de braquage et de la vitesse de la voiture, pour cela :

16) Exprimer $V_{F\,1/0} = f(V_{B\,1/0}, R_b, EB, DF)$

$$V_{F1/0} = \frac{V_{B1/0}}{R_b} \cdot \left(\sqrt{R_b^2 - EB^2} - \frac{DF}{2}\right)$$

A partir du travail précédent, faire une première synthèse en écrivant l'équation générale permettant de connaître la vitesse du point B appartenant à la voiture par rapport au sol en fonction du rayon de braquage et de la vitesse de la voiture, pour cela :

16) Exprimer $V_{F\,1/0} = f(V_{B\,1/0}\,,\,R_b\,,EB\,,DF\,)$

$$V_{F\,1/0} = \frac{V_{B1/0}}{R_b} \cdot \left(\sqrt{R_b^2 - EB^2} - \frac{DF}{2}\right)$$

Le rayon de la roue est noté R_r

17) Exprimer $\omega_{2/1} = f(V_{I\,2/1}\,,\,R_r\,)$

$$\omega_{2/1} = \frac{V_{I2/1}}{R_r}$$

On arrive enfin à la conclusion de notre travail en définissant l'équation à mettre dans le microcontrôleur permettant de connaître la fréquence de rotation que doit avoir la roue arrière gauche s'il n'y a pas de problème en fonction de la vitesse du véhicule et de son rayon de braquage (connu par une autre équation faisant le lien avec la position du volant !).

18) Sachant que $\left\|\overrightarrow{V_{F\,1/0}}\right\| = \left\|\overrightarrow{V_{I\,1/0}}\right\| = \left\|\overrightarrow{V_{I\,1/2}}\right\| = \left\|\overrightarrow{V_{I\,2/1}}\right\|$, *exprimer enfin* $\omega_{2/1} = f(V_{B\,1/0}\,,\,R_b\,,EB\,,DF\,\,,\,R_r\,)$.

$$\boxed{\omega_{2/1} = \frac{\frac{V_{B1/0}}{R_b}\left(\sqrt{R_b^2 - EB^2} - \frac{DF}{2}\right)}{R_r}}$$

19) Vérifier la justesse de votre équation en l'appliquant au cas étudié précédemment.